

# SIMPLIFIED MEMORY BOUNDED A\* PADA PROSES PENYELESAIAN OPERASI MATRIKS

Robbi Rahim<sup>\*1</sup>, Helmi Fauzi Siregar<sup>2</sup>

<sup>\*1</sup>Magister Teknik Informatika, Universitas Sumatera Utara  
Jl. DR. Mansyur No. 9, 20155, Medan Sumatera Utara  
Telp: 08126326393

<sup>2</sup>Program Studi Sistem Informasi, STMIK Royal Kisaran,  
Jl. Prof. M. Yamin 173 Kisaran, Sumatera Utara 21222,  
Telp: (0623) 41079

E-mail : <sup>\*1</sup>[irvieboy@gmail.com](mailto:irvieboy@gmail.com), <sup>2</sup>[fauzi.helmi.hf@gmail.com](mailto:fauzi.helmi.hf@gmail.com)

## Abstrak

*he use of a technique or a method widely applied as a way to speed up the process of making an application simulation. In the simulated data used is absolute data for the results achieved in accordance with the desired results when implemented directly. Simplified method of bounded memory is one of the parts of the method can be used to solve a mathematical problem. Matrix is one type of mathematical problem is quite complex when done manually and with Designing this system will be younger matrix problems solved. Thus, through this study were created solution to produce an application that could facilitate the settlement issue matriks.*

**Kata Kunci:** Matrix Solved Problem, Matrix Application, Simplified Memory Bounded A\* Algorithm

## 1. LATAR BELAKANG

Pendidikan di Indonesia masih menghadapi Dalam operasi atas matriks dikenal adanya operasi transpose yaitu mengubah elemen-elemen matriks dalam susunan baris menjadi elemen-elemen dalam susunan kolom dan awalnya bentuk kolom menjadi teusan baris dan notasinya di tulis  $A^T$ . operasi matriks yang lain yaitu penambahan, mtriaks A dan matriks B hanya dapat ditambahkan jika cacah baris dan cacah kolomnya untuk matriks A dan B sesuai (*compatible*) yang menghasilkan matriks C dengan sifat bahwa:  $C_{ij} := a_{ij} + b_{ij}$  dimana operasi pertambahan dilakukan dengan menjumlah elemen pada lokasi baris dan kolom yang sama dengan kolom yang sama pada kedua matriks yang di pertambahkantesebut.

Operasi matriks berikutnya adalah pengurangan mempunyai sifat sama seperti penjumlahan matriks, bedanya operaqsi pengurangan atas dua matriks dilaksanakan dengan melakukan pengurangan atas elemen pasa lokasi baris dan kolom yang sesuai pada kedua matriks yang diperkurangkan. Operasi matriks yang lain yaitu operasi perkalian matriks, operasi perkalian atas matriks A dan B tesebut menghasilkan  $C:=AB$ , dengan sifat  $C \equiv (C_{ij})$ , dengan

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}$$

Secara implisit telah disyaratkan dalam rumus bahwa operasi perkalian tersebut hanya terlaksana jika cacah kolom n dan A sama dengan cacah baris P dan B dan menghasilkan matriks C yang memiliki cacah baris m dan cacah kolom q, oleh karena itu operasi perkalian matriks tidak bersifat komutatif  $AB \neq BA$ .

Bagian terakhir atas operasi matriks adalah pembagian, operasi pembagian matriks tidak didefinisikan, sebagai pengganti peran operasi pembagian terdapat operasi invers. Matriks A disebut invers dari matriks B, atau B disebut inversdari matriks B, atau B disebut matriksinvers dari A jika dan hanya jika  $AB = BA = I$ .

Atas dasar informasi tersebut digunakan notasi  $A = B^{-1}$  atau  $B = A^{-1}$  atau  $A^{-1}A = AA^{-1} = I$  atau  $B^{-1}B = BB^{-1} = I$ . dari kenyataan ini dapat disimpulkan, bahwa matriks satuan I berperan mirip angka real I dan  $A^{-1}$  mengambil peran mirip dengan  $I/A$  dan yang perlu diperhatikan bahwa operasi invers hanya terdapat pada matriks bujur sangkar.

Dari paparan tersebut dapat dirumuskan bahwa penelitian ini dilaksanakan untuk menyelesaikan masalah inversmatriks A yang dimensi  $n \times n$  dengan algoritma SMA\* (*Simplified Memory Bounded A\**)

Dalam pembahasan matriks, permasalahan yang ditemui adalah bagaimana mengubah suatu pernyataan ke dalam bentuk matriks, menentukan transpose sesuatu matriks, dan kesamaan dua matriks. Selanjutnya, bagaimana jika dua buah matriks A dan B yang mempunyai baris dan kolom yang sama dapat dijumlahkan, dikurangkan, atau dikalikan.

Adapun batasan masalah yang membatasi penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Matriks yang bisa diselesaikan berordo  $10 \times 10$
- Operasi matriks yang dapat dilakukan hanya sebatas pada transpose, penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, perkalian antar matriks, invers.

- c. Algoritma *Simplified Memory Bounded A\** digunakan pada proses operasi matriks.

Selain itu juga pada penelitian ini terdapat tujuan sebagai berikut:

- Agar segala permasalahan pada Matriks dapat diselesaikan dengan cepat dan tepat.
  - Diberikan solusi cara penyelesaian Matriks yang baik.
  - Meningkatkan kualitas pengerjaan Matriks agar menjadi efektif dan efisien.
  - Mempermudah dalam hal pengerjaan Matriks
- Kemudian selain tujuan penelitian terdapat juga manfaat sebagai berikut:
- Mengetahui bagaimana proses penyelesaian matriks dengan algoritma *Simplified Memory Bounded A\**
  - Menambah referensi bahan penelitian dalam penyelesaian operasi matriks.

## 2. TINJAUAN TEORI

Didalam mencari hubungan antara variabel - variabel, baik didalam ilmu ekonomi maupun didalam ilmu lainnya, sering harus dipecahkan suatu persoalan yang terdiri dari lebih dua persamaan. Bahkan di suatu negara yang maju, terutama didalam penggunaan alat berhitung otomatis yang modern, tidak jarang didalam menemukan model ekonominya harus memecahkan suatu sistem persamaan yang terdiri dari puluhan persamaan dengan ratusan variabel-variabel yang harus dicari nilainya. Sehingga dengan demikian harus dihitung pula nilai -nilai parameter (koefisien -koefisien) yang juga ratusan jumlahnya.

Matriks pada dasarnya merupakan alat yang ampuh didalam pemecahan persoalan - persoalan tersebut diatas dan memudahkan didalam pembuatan analisa -analisa yang mencakup hubungan antara variabel -variabel. Didalam statistik tidak jarang dijumpai penggunaan matriks untuk memecahkan persoalan multiple regression , juga didalam memecahkan persoalan operation research /linier programming, matriks memegang peranan yang amat penting terutama sebagai landasan yang kuat untuk memahami pengertian -pengertian pemecahan dasar, metode simplex dan lain sebagainya (T.Sutojo, 2010).

Itulah sebagian kecil saja tentang alasan -alasan yang pokok mengapa matriks harus dipelajari secara mendalam. Pengetahuan tentang matriks merupakan syarat pokok untuk bisa memahami teori -teori/analisa-analisa ekonomi modern yang bersifat komutatif.

Defenisi Matriks ialah kumpulan angka - angka (sering disebut elemen-elemen) yang disusun menurut baris dan kolom sehingga berbentuk empat persegi panjang, dimana panjangnya dan lebarnya ditunjukkan oleh banyaknya kolom dan baris (T.Sutojo, 2010).

Berikut adalah beberapa pembahasan mengenai matriks.

### A. Bentuk Umum Matriks

Matriks kita nyatakan dengan huruf kapital A, B, C dan sebagainya. Pada umumnya  $a_{ij}$  menyatakan unsur baris ke -i dan kolom ke-j dari matriks A. Bentuk umum matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix}$$

Gambar 1. Bentuk Umum Matriks

Kadang-kadang disingkat menjadi  $A = (a_{ij})$ . Demikian pula matriks B disingkat menjadi  $(b_{ij})$  dan seterusnya, adapun keterangan dari gambar 1 adalah :

- $a_{11}, a_{12}, \dots a_{ij}$  adalah unsur -unsur matriks A
- $a_{11}, a_{12}, \dots a_{1j}$  disebut baris ke-1  $a_{11}, a_{21}, \dots a_{i1}$  disebut kolom ke -1
- banyaknya baris pada kolom A ada i buah, dan banyaknya kolom pada matriks A ada j buah, jumlahnya bebas tidak harus sama.

### B. Ordo Matriks

Jika matriks A mempunyai m buah baris dan n buah kolom, maka matriks itu berordo  $m \times n$ , dan ditulis dengan notasi  $A_{m \times n}$ . Jadi kita dapat menyimpulkan bahwa : Ordo suatu matriks ditentukan oleh banyaknya baris diikuti banyaknya kolom.

Contoh :  $T = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 0 \end{bmatrix}$  T berordo  $3 \times 1$  ditulis  $T_{3 \times 1}$

Gambar 2. Ordo Matriks

### C. Pengertian Matriks Persegi, Matriks Baris dan Matriks Kolom

Matriks Persegi ( Bujur Sangkar ) adalah matriks dengan banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

Gambar 3. Matriks A berordo  $2 \times 2$ , Matriks B berordo  $3 \times 3$

Matriks baris adalah matriks yang hanya mempunyai satu baris. Contoh :

$$D = (-2 \ 3) \quad E = (1 \ -1 \ 0)$$

Matriks kolom adalah matriks yang hanya mempunyai satu kolom, contohnya sebagai berikut :

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Gambar 4. Matriks Satu Kolom

## D. Transpose Matriks

Transpose matriks A adalah matriks baru yang diperoleh dengan cara menukar baris matriks A menjadi kolom matriks baru, dan kolom matriks A menjadi baris matriks baru. Ditulis dengan lambang  $A'$  atau  $A^t$ , Contohnya sebagai berikut:

$$\text{Jika } B = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \text{ maka } B^t = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Gambar 5. Transpose Matriks

## E. Skalar Matriks

Skalar adalah suatu bilangan konstan. Kalau K suatu bilangan konstant, maka hasil KI dinamakan skalar matriks, berikut contohnya

$$\text{Contoh} = 1. KI_3 = K \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & K \end{bmatrix}$$

2.  $K = 4$ 

$$4.I_3 = 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Gambar 6. Skalar Matriks

Algoritma adalah urutan langkah-langkah logis pada penyelesaian masalah yang disusun secara sistematis. Masalah dapat berupa apa saja, dengan catatan untuk setiap masalah ada syarat kondisi awal yang harus dipenuhi sebelum menjalankan algoritma. Konsep algoritma sering kali disetarakan dengan sebuah resep. Sebuah resep biasanya memiliki daftar bahan atau bumbu yang akan digunakan, urutan pengerjaan, dan bagaimana hasil dari urutan pengerjaan tersebut. Apabila bahan yang digunakan tidak tertera (tidak tersedia), maka resep tersebut tidak akan dapat dikerjakan. Demikian juga jika urutan pengerjaannya tidak beraturan, maka hasil yang diharapkan tidak akan dapat diperoleh (M. Shalahudin, 2010).

Algoritma yang berbeda, dapat diterapkan pada suatu masalah dengan syarat yang sama. Tingkat kerumitan dari suatu algoritma merupakan ukuran seberapa banyak komputasi yang dibutuhkan algoritma tersebut untuk menyelesaikan masalah. Umumnya, algoritma yang dapat menyelesaikan suatu permasalahan dalam waktu yang singkat memiliki tingkat kerumitan yang rendah, sementara

algoritma yang membutuhkan waktu lama untuk menyelesaikan suatu masalah membutuhkan tingkat kerumitan yang tinggi (M. Shalahudin, 2010).

Algoritma SMA\* (*Simplified Memory Bounded A\**) adalah sebuah algoritma yang dikembangkan dari algoritma A\* (A Star). Algoritma A\* sendiri adalah variasi dari algoritma *Branch and Bound*. Jadi secara tidak langsung, algoritma SMA\* itu sendiri merupakan salah satu variasi pengembangan dari algoritma *Branch and Bound*.

Menggunakan algoritma SMA\* berarti kita memperhitungkan jumlah sebenarnya ditambah dengan jumlah perkiraan. Jumlah sebenarnya dinotasikan dengan  $g(n)$ , sedangkan jumlah perkiraan dinotasikan dengan  $h(n)$ , jadi kita memperhitungkan  $g(n) + h(n)$ . Dalam algoritma SMA\* yang digunakan untuk mencari nilai yang paling efisien ini, dibutuhkan sebuah Queue yang digunakan untuk memanipulasi antrian simpul yang terurut berdasarkan f-cost-nya. f-cost itu sendiri adalah  $g(n)+h(n)$  (yongke, 2010). Penggunaan Algoritma SMA\* memiliki beberapa keuntungan diantaranya sebagai berikut:

- Algoritma ini bekerja dengan heuristik, seperti Algoritma A\*
- Proses dapat diselesaikan jika memori yang tersedia banyak untuk menyimpan solusi
- optimal jika memori diperbolehkan cukup tinggi untuk menyimpan solusi optimal, selain itu akan mengembalikan solusi terbaik yang sesuai dalam memori diperbolehkan
- untuk menghindari kondisi berulang selama memori masih terhubung
- akan menggunakan semua memori yang tersedia
- Memperbesar memori untuk algoritma yang akan mempercepat perhitungan
- Bila tersedia cukup memori untuk menampung seluruh pohon pencarian, maka perhitungannya memiliki kecepatan yang optimal (Wikipedia)

Flowchart atau diagram alir merupakan sebuah diagram dengan simbol-simbol grafis yang menyatakan aliran algoritma atau proses yang menampilkan langkah-langkah yang disimbolkan dalam bentuk kotak, beserta urutannya dengan menghubungkan masing-masing langkah tersebut menggunakan tanda panah. Diagram ini bisa memberi solusi selangkah demi selangkah untuk penyelesaian masalah yang ada di dalam proses atau algoritma tersebut (yuniarsupardi, 2007).

### 3. METODE PENELITIAN

Penyelesaian operasi matriks dengan menggunakan algoritma *Simplified Memory Bounded A\** dilakukan dalam beberapa tahap yaitu:

- Analisis**  
Pada tahap ini menetapkan sasaran materi yang akan diselesaikan dalam hal ini adalah operasi matriks yang sudah dibahas pada penjelasan sebelumnya. Untuk mendapatkan pemahaman materi keseluruhan yang perlu dilakukan adalah melakukan kajian terhadap penelitian terdahulu dan mempelajari konsep operasi matriks
- Perancangan**  
Pada tahapan perancangan ini dimulai dengan menentukan sistem operasi apa yang digunakan, *software* apa yang digunakan, perangkat kerasnya, identifikasi sasaran dari penggunaan operasi matriks.
- Pengembangan**  
Tahap ini merupakan tahap mengembangkan dan pembuatan aplikasi operasi matriks dengan menerapkan algoritma *Simplified Memory Bounded A\**. Tahapan ini dimulai dari membuat berbagai desain animasi yang diperlukan sesuai dengan kasus yang akan dibahas. Kemudian membuat *interface* yang dipakai sebagai frame tampilan, lalu dibuat pula perintah-perintah yang relevan dengan penyelesaian matriks menggunakan *Simplified Memory Bounded A\**
- Evaluasi**  
Pada tahap ini dilakukan evaluasi pada rekayasa perangkat lunak dengan menggunakan metode white box untuk mengetahui fungsi dari semua prosedur yang ada. Selain itu dilakukan pula pengujian ke user untuk mengetahui apakah aplikasi yang dirancang layak dan sudah sesuai dengan kebutuhan operasi matriks.

#### 4. ANALISA DAN HASIL

Adapun analisa yang akan dibahas dalam skripsi ini menggunakan algoritma *Simplified Memory Bounded A\** adalah sebagai berikut:

##### A. Transpose Matriks

Diketahui

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

bagaimanakah menentukan matriks transposenya, Caranya: Dengan menukar baris matriks A menjadi kolom matriks baru dan kolom matriks A menjadi baris matriks baru.

Jadi Matriks  $A^t = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$

Jika  $B = (-8 \ 3 \ 4)$

Maka,  $B^t = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

##### B. Kesamaan Dua Matriks

Tentukan nilai x dan y pada kesamaan matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} x & -3 \\ 2y & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -12 & -8 \end{bmatrix}$$

Penyelesaiannya:

$$x = 4$$

$$2y = -12$$

$$y = -6$$

Syarat untuk kesamaan dua matriks adalah ordonya harus sama dan syarat cukupnya unsur –unsur yang seletak (unsure yang terletak pada baris dan kolom yang sama) nilainya harus sama pula.

##### C. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Catatan : Dua matriks yang ordonya berbeda tidak dapat dijumlahkan.

Diketahui  $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ ,  $Q = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$ , carilah

$P + Q$ . P dan Q tidak dapat dijumlahkan karena ordo matriks  $P_{2,3}$  tidak sama dengan Ordo Matrik  $Q_{2,2}$

a.  $B = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 8 & 12 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

(i)  $B + C$

(ii)  $C + B$

Penyelesaian

$$(i) B + C = \begin{bmatrix} 9+3 & 2+12 \\ -6+8 & 4+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 14 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$$

$$(ii) C + B = \begin{bmatrix} 3+9 & 12+2 \\ 8+(-6) & 5+12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 14 \\ 2 & 17 \end{bmatrix}$$

Jika a dan b adalah dua bilangan real, maka pengurangan a dengan b dapat dinyatakan sebagai  $a - b = a + (-b)$

Diketahui

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ carilah } A - B$$

Penyelesaian

$$A - B = A + (-B) = A + \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Diketahui

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ dan } Q = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 1 & 6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tentukan } P - Q$$

$$P - Q = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -1 & -6 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 4 & 0 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$$

##### D. Perkalian Bilangan Real (Skalar) Dengan Matriks

Diketahui

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ -3 & -2 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 4 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

Carilah dalam bentuk paling sederhana  $2A + 4B$ ,  
Penyelesaian:

$$2A + 4B = 2 \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ -3 & -2 & 0 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 4 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 & 2 \cdot 3 & 2 \cdot (-4) \\ 2 \cdot (-3) & 2 \cdot (-2) & 2 \cdot 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \cdot 2 & 4 \cdot 0 & 4 \cdot 3 \\ 4 \cdot 4 & 4 \cdot 6 & 4 \cdot (-2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 6 & -8 \\ -6 & -4 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 0 & 12 \\ 16 & 24 & -8 \end{bmatrix}$$



$$= \begin{bmatrix} 10 & 0 & 4 \\ 0 & 20 & -3 \end{bmatrix}$$

## E. Perkalian Matriks

Catatan : Matriks dapat dikalikan jika banyaknya kolom matriks yang kiri sama dengan banyaknya baris matriks yang kanan. Dan dua matriks tidak dapat dicari hasilnya jika banyaknya kolom matriks yang kiri tidak sama dengan banyaknya baris matriks yang kanan. Diketahui:

$$A = (4 \ 1), B = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ dan } D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Tentukan A.B dan C.D, Penyelesaian

$$A.B = (4 \ 1) \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix} = (4 \cdot (-3) + 1 \cdot 6) = -6$$

$$C.D = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \text{ C.D Tidak dapat dicari hasilnya}$$

Berikut adalah proses penyelesaian masalah dari permasalahan yang disebutkan di atas.

## A. Transpose Penyelesaian Matriks

Diselesaikan dengan cara menukar baris matriks A menjadi kolom matriks baru, dan kolom matriks A menjadi baris matriks baru

## B. Kesamaan Dua Matriks

Pada kesamaan matriks, syarat perlunya ialah ordonya harus sama dan syarat cukupnya unsur-unsur yang seletak (unsur yang terletak pada baris dan kolom yang sama) nilainya harus sama pula.

## C. Penjumlahan Matriks

Jika dua buah matriks A dan B mempunyai baris dan kolom yang sama, maka jumlah A dan B (dituliskan A+B) merupakan sebuah matriks baru (misalnya matriks C) yang unsur – unsurnya adalah jumlah dari unsur – unsur yang seletak dari matriks A dan matriks B.

Matriks nol adalah matriks yang semua unsurnya bernilai 0, seperti matriks berikut

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya kita tulis matriks berordo M x N ialah

$$M \times N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Contohnya adalah sebagai berikut

$$O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}, \text{ Tunjukkan } O + P = P + O = P$$

Penyelesaian

$$O + P = \begin{bmatrix} 0+1 \\ 0+(-2) \\ 0+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} = P, \text{ dan } P + O = \begin{bmatrix} 1+0 \\ -2+0 \\ 4+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} = P$$

Terlihat  $O + P = P + O = P$ .

Sifat penjumlahan matriks:

1. Dua buah matriks A dan B dapat dijumlahkan, jika kedua matriks itu

mempunyai ordonya sama.

2. Ada unsur Identitas, yaitu matriks 0 sedemikian sehingga  $A+0=0+A=A$
3. Setiap matriks A mempunyai invers tambahan atau matriks lawan A disebut negatif A.  $A+(-A)$
4.  $A+B=B+A$ ; memenuhi sifat komutatif / komutasi
5.  $(A+B)+C=A+(B+C)$ ; memenuhi sifat asosiatif / asosiasi

## D. Pengurangan Matriks

Jika a dan b adalah dua bilangan real, maka pengurangan a dengan b dapat dinyatakan sebagai  $a-b=a+(-b)$ .

Karena setiap matriks mempunyai lawan maka pengurangan matriks dapat kita tulis  $A+(-B)$  sebagai  $A-B$ . Selanjutnya agar pengurangan matriks A dengan matriks B terdefinisi maka haruslah ordonya sama.

## E. Perkalian Bilangan Real atau Matriks

Jika  $k \in$  bilangan real dan A adalah matriks berordo  $m \times n$ , maka hasil kali skalar dengan A ditulis  $kA$  yang didapat dengan jalan mengalikan k dengan setiap unsure matriks A.

Jika A dan B matriks - matriks berordo  $m \times n$  dan  $k_1, k_2$ , merupakan skalar, maka berlaku:

1.  $k_1(A+B)=k_1A+k_2B$
2.  $(k_1+k_2)A=k_1A+k_2B$
3.  $k_1(k_2A)=k_1k_2A$
4.  $1.A=A.1=A$
5.  $(-1)A=-A$

## F. Perkalian Matriks

1. Perkalian matriks dapat dilakukan dengan aturan mengalikan setiap unsur pada baris matriks sebelah kiri dengan kolom matriks sebelah kanan lalu hasilnya dijumlahkan.

2. Perkalian matriks A dengan matriks B ditulis  $A.B$  dapat diselesaikan, jika banyaknya kolom matriks A (matriks sebelah kiri) sama dengan banyaknya matriks B (matriks sebelah kanan).

3. Perkalian matriks A.B dikatakan matriks A dikalikan dari kanan dengan matriks B atau matriks B dikalikan dari kiri dengan matriks A.

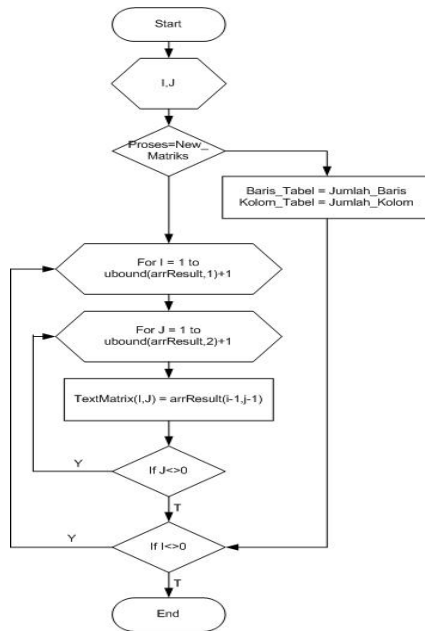
Beberapa sifat perkalian matriks, Tiap pernyataan berikut berlaku untuk setiap matriks A, B, dan C dan untuk tiap scalar P, bila operasi-operasinya terdefinisi.

1. Perkalian matriks pada umumnya tidak komutatif ( $AB \neq BA$ )
2. Perkalian matriks bersifat asosiatif  $(A.B)C=A(B.C)$
3. Perkalian matriks bersifat distributive  $A(B+C)=AB + AC$  (sifat distributive kiri)  
 $(A+B)C=AC + BC$  (sifat distributive kanan)
4.  $p(A.B)=(pA)B=A(pB)$

5. Jika A sebuah matriks  $m \times n$  dan B matriks  $q \times n$ , maka  $(AB)^t = B^t \cdot A^t$
6. Dalam perkalian matriks yang hanya memuat matriks - matriks persegi (dengan ordo yang sama), ada sebuah matriks identitas yang disebut matriks satuan I yang bersifat  $I \cdot A = A \cdot I = A$

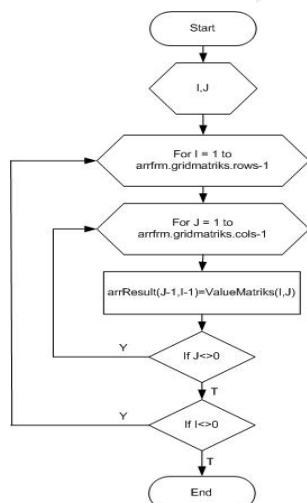
Setelah langkah penyelesaian dilakukan berikutnya adalah merancang flowchart dari sistem yang dirancang, berikut adalah flowchartnya:

### 1. Flowchart Form Matriks



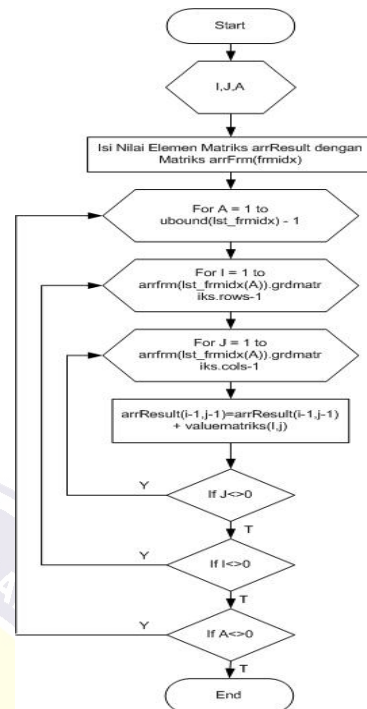
Gambar 7. Flowchart Form Matriks

### 2. Flowchart Transpose Matriks



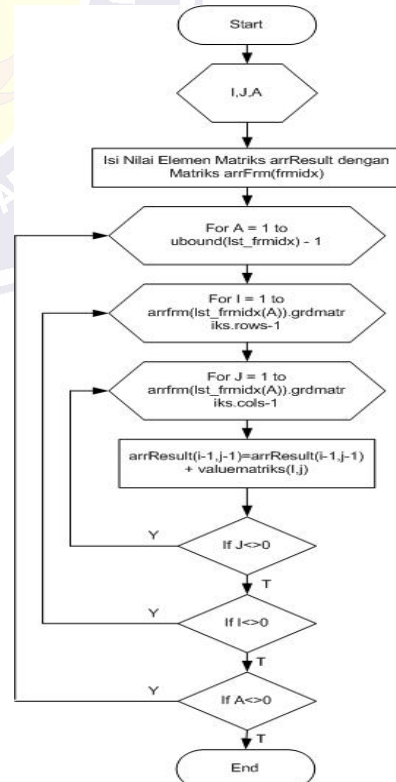
Gambar 8. Flowchart Transpose Matriks

### 3. Flowchart Penjumlahan Matriks



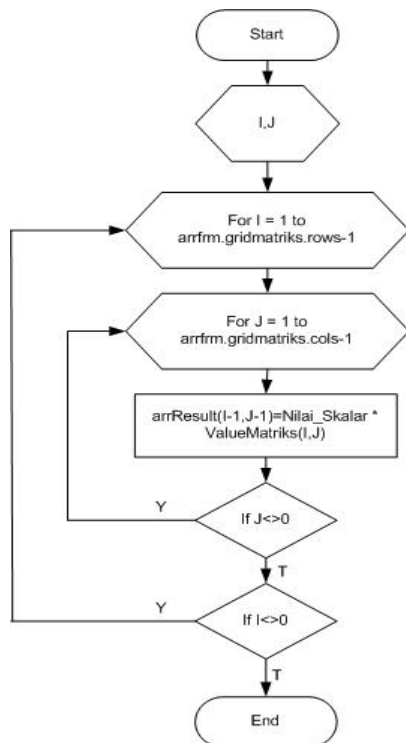
Gambar 9. Flowchart Penjumlahan Matriks

### 4. Flowchart Pengurangan Matriks



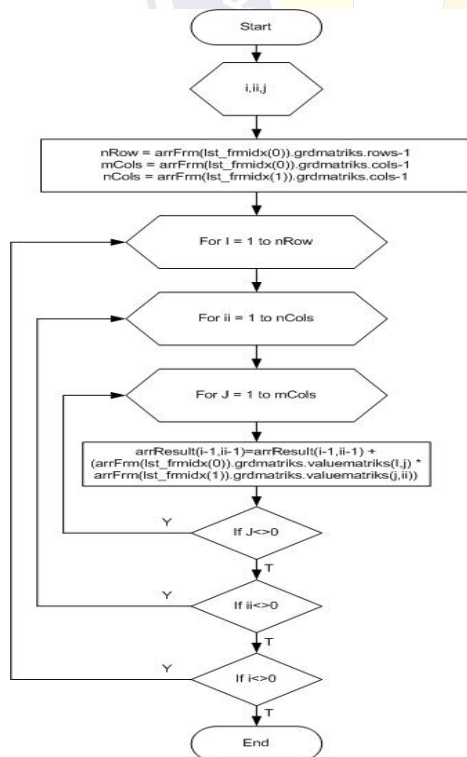
Gambar 10. Flowchart Pengurangan Matriks

## 5. Flowchart Perkalian Skalar



Gambar 11. Flowchart Perkalian Skalar

## 6. Flowchart Perkalian Matriks



Gambar 12. Flowchart Perkalian Matriks

Setelah analisa dan flowchart berhasil dilakukan langkah berikutnya adalah menguji sistem yang dirancang, berikut adalah hasilnya.

i,j	1	2	3
1	3	8	6
2	4	5	3
3	6	6	7

Gambar 13. Nilai Matriks Array Pertama

Tampak pada gambar 13, ini menandakan bahwa form ini merupakan array pertama dari form matriks, berarti nilai matriks masih bisa ditambah lagi dengan cara yang sama, sekarang kita akan menambah sebuah form matriks dengan nilai yang berbeda, sehingga terdapat 2 buah form matriks yang nantinya akan di proses, berikut adalah formnya.

i,j	1	2
1	3	8
2	6	8
3	1	7

Gambar 14. Nilai Matriks Array Kedua

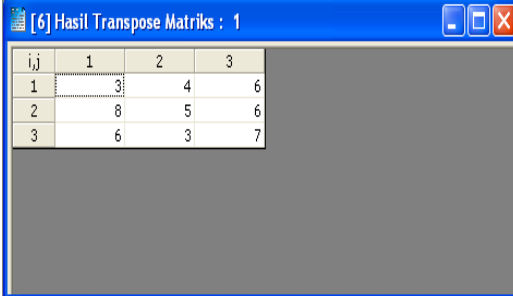
Form diatas merupakan form kedua yang diinput nilainya dengan baris sebanyak 3 dan kolom 2, nilai dari matrix 1 dan matrix 2 nantinya akan diproses berdasarkan jenis operasi matriks yang dipilih, berikut adalah pengujiannya

### 1. Transpose Matriks

Pengujian transpose matriks merupakan pengujian pertama yang dilakukan, untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut.

Gambar 15. Pilih Matriks

Disini penulis akan memilih Matriks 1 yang akan di proses dengan fungsi Transpose Matriks, setelah dipilih maka langkah selanjutnya menekan tombol proses agar matriks yang sudah dipilih akan diproses, hasil dari proses transpose matriks seperti pada gambar dibawah ini.



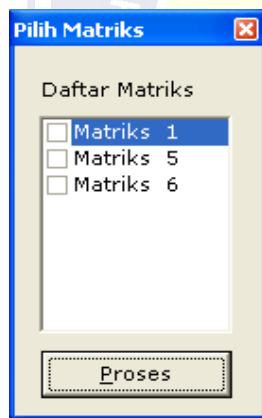
i,j	1	2	3
1	3	4	6
2	8	5	6
3	6	3	7

Gambar 16. Hasil Transpose Matriks

Gambar diatas merupakan hasil fungsi transpose matriks, tampak perbedaan dari nilai matriks 1, dihasil transpose ini baris pada matriks 1 akan menjadi kolom pada matriks ini dan kolom pada matriks 1 akan menjadi baris pada matriks ini.

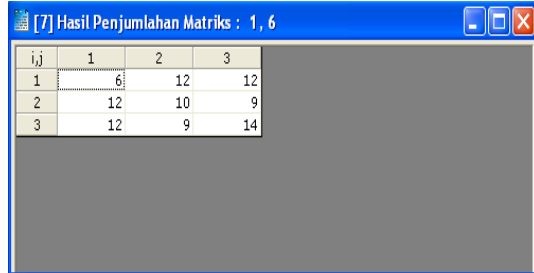
## 2. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Pengujian penjumlahan dan pengurangan matriks merupakan pengujian kedua yang dilakukan, untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut.



Gambar 17. Pilih Matriks Untuk Penjumlahan

Proses penjumlahan matriks dilakukan untuk menjumlahkan dua atau lebih matriks untuk menghasilkan nilai matrik yang baru, untuk proses penambahan matriks yang perlu diketahui adalah proses ini bisa dilakukan jika matriks yang dipilih memiliki ordo yang sama, jika tidak proses penjumlahan tidak akan berhasil dan akan memunculkan pesan kesalahan. Agar tidak menampilkan seperti pesan kesalahan maka ordo yang akan dijumlahkan harus sama, untuk proses penjumlahan ini kita akan memilih matriks 1 dan matriks 6 yang akan di proses, hasilnya akan seperti berikut.



i,j	1	2	3
1	6	12	12
2	12	10	9
3	12	9	14

Gambar 18. Hasil Penjumlah Matriks 1,6

Matriks diatas merupakan hasil penjumlahan matriks 1 dan matriks 6, untuk melihat hasil dari pengurangan matriks dapat dilihat pada gambar dibawah ini.



i,j	1	2	3
1	0	4	0
2	-4	0	-3
3	0	3	0

Gambar 19. Hasil Pengurangan Matriks 1,6

Gambar diatas merupakan matriks hasil pengurangan dari matriks 1 dan matriks 6.

## 3. Menguji Perkalian Skalar

Pengujian perkalian skalar merupakan pengujian ketiga yang dilakukan, untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut.

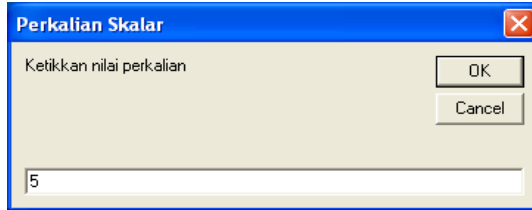


Gambar 20. Pilih Matriks Untuk Perkalian Skalar

Proses perkalian skalar dilakukan untuk mendapatkan hasil perkalian dari sebuah matriks, untuk proses perkalian ini yang perlu diketahui adalah proses ini bisa dilakukan terhadap semua matriks yang ada dan tidak mempermasalahkan ordo yang dimilikinya, untuk perkalian skalar ini penulis

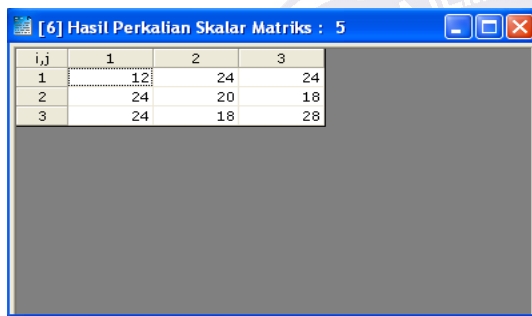


memilih matriks 5 sebagai matriks yang akan dikalikan penulis memilih matriks 5, setelah memilih matriks yang diinginkan kemudian menekan tombol proses dan hasilnya akan seperti gambar dibawah.



Gambar 21. Nilai Perkalian Skalar

Gambar diatas merupakan inputbox yang digunakan untuk memasukkan nilai perkalian yang akan dikalikan dengan nilai matriks, tampak pada gambar diatas nilai yang dimasukkan 5, setelah itu tekan tombol OK dan hasilnya akan seperti pada gambar dibawah ini.

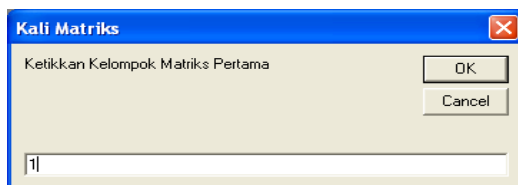


Gambar 22. Hasil Perkalian Skalar

Hasilnya menampilkan hasil perkalian masing-masing nilai matriks dengan nilai skalar yang sudah diinputkan di inputbox.

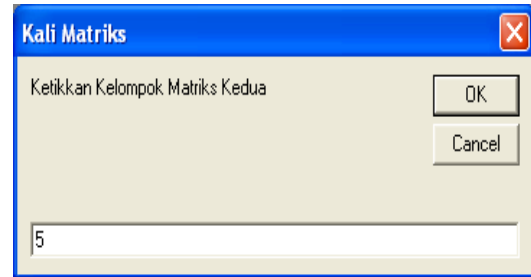
#### 4. Menguji Perkalian Matriks

Pengujian perkalian matriks merupakan pengujian terakhir yang dilakukan, untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut.



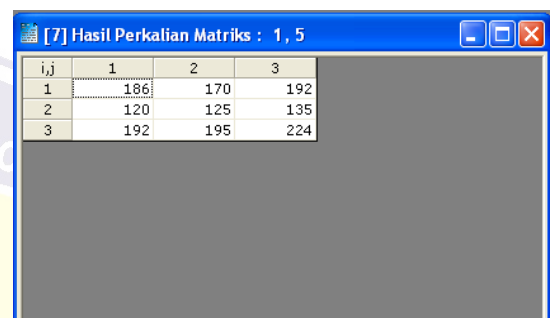
Gambar 23. Kelompok Matriks Pertama

Inputbox diatas digunakan untuk memasukkan array dari matriks yang ada, sebagai contoh matriks yang pertama dipilih adalah matriks 1, setelah itu tekan tombol OK, kemudian muncul kembali inputbox berikutnya untuk memasukkan array matriks berikutnya, masukkan aja matriks 5 jadi matriks yang akan dikalikan adalah matriks 1 dan 5.



Gambar 24. Kelompok Matriks Kedua

Hasil perkalian matriks akan menghasilkan nilai seperti dibawah ini.



Gambar 25. Hasil Perkalian Matriks

Hasil perkalian matriks yang tampak diatas merupakan hasil perkalian matriks 1 dan 5.

## 5. KESIMPULAN dan SARAN

Setelah melihat uraian - uraian pada bab sebelumnya, maka dapat ditarik kesimpulan dari penelitian ini yaitu, antara lain:

- Penyelesaian Matematika Matriks bisa diselesaikan dengan cara yang cepat dengan bantuan komputerisasi.
- Penerapan algoritma yang penulis buat, menghasilkan proses komputasi penyelesaian matriks lebih akurat.
- Proses sistem dan hasil yang telah terformat akan memudahkan kita untuk membaca dan memahami hasil-hasil yang telah ditentukan dalam sistem.

Adapun saran yang dapat penulis berikan selama melakukan penelitian ini antara lain:

Dengan segala keterbatasan dan kekurangan yang ada pada penulis, maka penulis menyarankan agar kiranya dapat mengembangkan suatu program (*Software*) tentang matriks dengan pembahasan yang lebih terperinci dan lebih luas lagi serta dengan menerapkan beberapa algoritma yang bisa dijadikan perbandingan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Shalahudin, M., 2010, “Modul Pembelajaran Algoritma dan Pemrograman”, Bandung, Informatika.
- Sutojo, T., 2010, “Aljabar Linier dan Matriks”, Jakarta, Andi.
- Supardi, Yuniar, 2007, “Pascal dan Flowchart Lewat Praktek”, Jakarta, Dinastindo.
- Yoswara, Yongke, 2010, “Penerapan Algoritma Simplified-Memory-Bounded A\* dan Algoritma Greedy-Best First Search dalam Pencarian Lintasan Terpendek dan Efisiensi Tarif Perjalanan Antar Kota”, *Makalah IF3051 Strategi Algoritma – Sem. I Tahun 2010/2011*.

[http://en.wikipedia.org/wiki/SMA\\*](http://en.wikipedia.org/wiki/SMA*)

